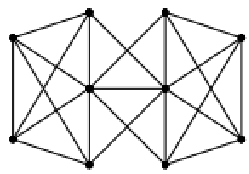
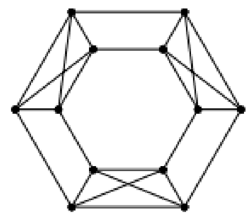
14 декабря 2020. И как это связано?

1. Доказать, что $\kappa(G) < n - 1$ для всех графов G, отличных от K_n.
2. Доказать, что у k-связного графа, построенного на n вершинах, количество m ребер больше или равно $kn/2$.
3. Привести пример графа G с $\kappa(G) = 2$, $\lambda(G) = 3$, $\delta(G) = 4$.
4. Определить значение $\kappa(G)$ для графа, представленного на рис.а.
5. Определить значения $\kappa(G)$, $\lambda(G)$ и $\delta(G)$ для графа, показанного на рис.b.



(a)



(b)

6. Пусть S есть произвольное подмножество множества $V(G)$ вершин простого связного графа G. Докажите, что количество $\partial(S)$ ребер в реберном разрезе $\partial(S)$ (т.е. множестве ребер, ровно один конец которых лежит в S) рассчитывается по формуле
$$|\partial(S)| = \sum_{x \in S} \deg(x) - 2|E(G[S])|,$$
где $G[S]$ — подграф, индуцированный подмножеством S.
7. Пусть G есть простой связный граф, в котором $\delta(G) \geq (n+k-2)/2$, где n — количество вершин в графе, $n \geq k+1$. Доказать, что в этом случае G является k-связным графом, то есть что $\kappa(G) \geq k$.
8. Предположим, что в связном графе G, построенном на $n \geq 2$ вершинах, нашлась пара вершин, не лежащих на одном цикле. Доказать или опровергнуть следующие утверждения:
   (a) Возможна ситуация, когда все ребра графа похожи.
   (b) Существует полный граф с описанным в задаче свойством.
   (c) Если граф построен на трех вершинах, то ровно одна из них является точкой сочленения.
   (d) При числе ребер $m > 1$ каждое ребро обязано быть похожим хотя бы на одно другое.
   (e) В графе обязательно найдется вершина степени 1.
   (f) Граф может быть двусвязным.
   (g) Если граф построен на десяти вершинах, то в нем есть непохожие ребра.