

Домашнее задание

Note: Во всех заданиях не забывайте про подробности.

Определитель оператора определён корректно, поскольку не зависит от базиса.

1. Дан операторы $f(X) = A \cdot X$, $g(X) = A \cdot X \cdot B$, где $X, A, B \in M_n(K)$.
 - a) Какая размерность пространств, между которыми действуют операторы?
 - b) Найдите определитель оператора f .
 - c) Найдите определитель оператора g .

Note: Возможно, существует вариант решения, где разложение матрицы на элементарные может помочь.

2. Найдите определитель:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1-n \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1-n & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1-n & 1 & \dots & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Найдите определитель оператора $L : K[x]_{\leq n} \rightarrow K[x]_{\leq n}$, заданного формулой:

$$f(x) \rightarrow f(x) + x \cdot f'(x+1)$$

4. Какими могут быть определители матриц перехода?
5. Придумайте пример такой блочной матрицы, что

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \neq \det(DA - CB)$$