

## Домашнее задание 5. Дискретная теория вероятностей.

Баллов на зачёт: 9,5

- (1 балл) Дима бросает два игральных кубика. При этом события “на первом кубике выпала единица, на втором — двойка” и “на первом кубике выпала двойка, на втором — единица” считаются различными, поэтому мощность элементарных исходов в его эксперименте равна 36. Какова вероятность того, что сумма значений на кубике равна семи, если известно, что сумма — нечетная?
- (1 балл) Рассмотрим лотерею “пять из тридцати шести”, победителем которой является человек, правильно угадавший пять из тридцати шести чисел  $1, 2, \dots, 36$ . Найдите вероятность того, что отгадано хотя бы 2 числа.
- (1,5 балла) Десять рукописей разложены по 30 папкам так, что каждая рукопись лежит ровно в трех папках, все папки непусты. Найдите вероятность того, что в случайно выбранных 6 папках содержится какая-то рукопись целиком.
- (1 балл) Кирилл подбросил монетку три раза. Он не показал нам результат, но сообщил, что решка выпала хотя бы один раз. Какова вероятность того, что решка выпала все три раза, если считать, что Кирилл говорит правду?
- (1 балл) Кузнечик прыгает по бесконечной клетчатой полоске. С вероятностью  $p$  он прыгает на одну клетку вперед, в противном случае — на одну клетку назад. Найдите вероятность того, что за  $n$  прыжков он продвинется вперед ровно на  $m$  клеток.
- (1 балл) Тигран и Анвар загадывают по числу от 1 до 10 (все числа для них одинаково хороши и они выбирают их равновероятно). Независимы ли следующие события:  
 $A = \{\text{число у Тиграна делится на 4}\}$ ,  
 $B = \{\text{сумма чисел Тиграна и Анвара делится на 4}\}$ ?
- (1,5 балла) Катя 100 раз подбрасывает несимметричную монетку, на которой выпадает орёл с вероятностью  $p$ . Найдите вероятность того, что впервые решка выпадет в нечётный раз. Ответ не должен содержать знака суммы или многоточий.
- (1 балл) Из двух мешков для лото, содержащих бочонки с числами от 1 до 90, Паша и Игорь достают по бочонку. Зависимы ли события  $A$  и  $B$ , если  $A$  есть выпадение чётной суммы,  $B$  — выпадение суммы, большей 140?
- (1 балл) Предположим, что тест на наркотики дает 99% истинно положительных результатов для людей, употребляющих наркотики, и 98.5% истинно отрицательных результатов для людей, наркотики не употребляющих. Предположим, что в мире существует 0,5% наркоманов. Предположим, что произвольно выбранный тест показал положительный результат на употребление наркотиков. Какова вероятность того, что человек, сдавший тест, действительно является наркоманом?
- (1,5 балла) У Арсения есть три монетки, две из которых правильные, а третья является несимметричной, вероятность выпадения орла у которой  $p = 1/3$ . Арсений случайным образом выбрал из этих трех монеток одну и подбросил ее пять раз. В результате такого эксперимента у него один раз выпал орел и четыре раза решка. Какая монетка была выбрана с большей вероятностью — идеальная или несимметричная?
- (2 балла) Максим очень хочет сыграть в настольную игру, для которой нужен десятигранный кубик. К сожалению, у него есть только честная монетка. Помогите Мише научиться равновероятно получать целые числа от 0 до 9, используя только его монетку.