

### Домашнее задание 3. Перечислительная комбинаторика-2.

Баллов на зачёт: 8,5

1. (1 балл) Сколько существует восьмизначных чисел, все цифры которых имеют одинаковую четность?
2. (1 балл) Восемь студентов выбирают себе спецкурсы на семестр из списка, состоящего из четырех спецкурсов. Сколькими способами студенты могут записаться на эти спецкурсы так, чтобы каждый студент записался хотя бы на один спецкурс?
3. (1 балл) Сколькими способами можно из 60 различных грибов сделать четыре неразличимые связки по пятнадцать грибов в каждой?
4. (1,5 балла) Найдите количество разбиений числа  $k$  при ограничениях

$$a_i \geq s_i, \quad i = 1, \dots, n; \quad s_1 + s_2 + \dots + s_n =: s \leq k.$$

5. (1,5 балла) Архитектор проектирует лестницу, верхняя ступень которой отстоит от начальной точки на 1,5 м по вертикали и на 4,5 м по горизонтали. Высота ступеньки — 30 см, длина ступеньки — целое кратное 50 см. Сколько способов построить лестницу?
6. (1,5 балла) Рассмотрим все пятизначные положительные числа, в которых присутствует хотя бы одна девятка. Сколько таких чисел делится на 3?
7. (1,5 балла) Найдите количество упорядоченных размещений  $k$  различных предметов по  $n$  различным ящикам, то есть таких размещений, в которых важен порядок размещения предметов в каждом конкретном ящике.
8. (2 балла) Говорят, что булева функция  $f(x_1, \dots, x_n)$  зависит от своего аргумента  $x_i$ , если можно подобрать такие значения  $\{b_j\}$  для других аргументов, что

$$f(b_1, \dots, b_{i-1}, 0, b_{i+1}, \dots, b_n) \neq f(b_1, \dots, b_{i-1}, 1, b_{i+1}, \dots, b_n).$$

Получите выражение для количества булевых функций, зависящих от всех своих  $n$  аргументов.

9. (2 балла) В классическом домино используются кости, разделенные на две части, каждая из которых содержит от нуля до шести точек. Сколько костей существует в обобщенном домино, в котором любая из частей содержит от нуля до  $n$  точек? Сколько существует пар таких костей? Сколькими способами из костей обобщенного домино можно выбрать две кости так, чтобы их можно было приложить друг к другу?