28 октября 2020. Рекуррентные соотношения.

1. Найти общее решение следующих линейных однородных рекуррентных соотношений второго порядка:

$$a_{n+2} = 7a_{n+1} - 12a_n; \qquad a_{n+2} = 4a_{n+1} - 13a_n; \qquad a_{n+2} = -4a_{n+1} - 4a_n.$$

2. Решить следующие линейные однородные рекуррентные соотношения второго порядка:

$$\begin{aligned} &a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n, && a_0 = 2, \quad a_1 = 6; \\ &a_{n+2} = -2a_{n+1} - a_n, && a_0 = 2, \quad a_1 = 6; \\ &a_{n+2} = 2\sqrt{2}a_{n+1} - 4a_n, && a_0 = 1, \quad a_1 = 2. \end{aligned}$$

3. Построить общее решение рекуррентного соотношения вида

$$a_{n+5} = 2a_{n+4} + 16a_{n+1} - 32a_n.$$

4. Построить общее решение неоднородного рекуррентного соотношения второго порядка

$$a_{n+2} = 5\,a_{n+1} - 4\,a_n + 3 \cdot 2^n.$$

5. В теннисном турнире участвуют $2n$ игроков. Составить и решить рекуррентное соотношение для количества a_n различных пар, которые можно сформировать для n матчей первого круга.

6. Докажите, что числа Фибоначчи удовлетворяют следующему соотношению: $F_1 + F_3 + F_5 + \cdots + F_{2n-1} = F_{2n}$.