

1. Кольца. Определение, примеры, простейшие свойства. Делители нуля, нильпотентные элементы (определение, примеры). Область целостности. Гомоморфизм колец. Простейшие свойства. Подкольца. Идеалы. Идеал, порожденный множеством. Главные идеалы.
2. Характеристика кольца. Факторкольцо, классы вычетов, сравнения.
3. Теорема о гомоморфизме колец. Прямая сумма колец.
4. Сумма и произведение идеалов коммутативного кольца. Взаимно простые идеалы.
5. Китайская теорема об остатках. Решение системы сравнений в целых числах.
6. Делимость в коммутативных кольцах. Простые и максимальные идеалы. Утверждение о максимальнойности простого идеала в кольце главных идеалов.
7. Факториальность колец главных идеалов. Ассоциированные элементы. Неприводимые и простые элементы. Несколько лемм.
8. Факториальность колец главных идеалов. Последние две леммы и завершение доказательства теоремы.
9. Евклидовы кольца. (Примеры и теорема о том, что евклидово кольцо является кольцом главных идеалов.)
10. НОК, НОД, линейное представление НОД.
11. Евклидовы кольца. Алгоритм Евклида.
12. Кольцо многочленов. Деление многочленов с остатком.
13. Кольцо многочленов. Простые факты о кольце многочленов с коэффициентами из области целостности. (Теорема Безу, оценка на количество различных корней.)
14. Кольцо многочленов. Формальная производная.
15. Кольцо многочленов. Лемма Хензеля.
16. Кольцо многочленов. Интерполяция по Лагранжу.
17. Сравнения первой степени. Линейные диофантовы уравнения.
18. Функция Эйлера. Явная формула для функции Эйлера.
19. Теорема Эйлера, малая теорема Ферма, теорема Вильсона.

20. Экспонента группы. Определение и свойства.
21. Экспонента группы. Теорема о том, что конечная подгруппа области целостности циклическая. Строение группы $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ (p — простое).
22. Строение группы $(\mathbb{Z}/p^k\mathbb{Z})^*$ (p — простое).
23. Строение группы $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$. Критерий существования дискретного логарифма.
24. Строение группы $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$. Функция Кармайкла. Обобщение малой теоремы Ферма.
25. Тесты на простоту.
26. Криптография. Алгоритм RSA.
27. Квадратичные сравнения. Квадратичные вычеты. Символ Лежандра.
28. Символ Лежандра. Символ Якоби. Свойства. Квадратичный закон взаимности.
29. Поле \mathbb{C} . Алгебраическая запись комплексного числа. Автоморфизм сопряжения.
30. Поле \mathbb{C} . Тригонометрическая форма комплексного числа.
31. Поле \mathbb{C} . Уравнение деления круга. Корни из единицы.
32. Алгебраически замкнутые поля. Основная теорема алгебры (без д-ва). Утверждение о разложении многочлена с вещественными коэффициентами.
33. Поле частных, разложение на простейшие.