

## Домашнее задание

*Note:* Во всех заданиях не забывайте про подробности.

1. Найдите ранг дифференцирования многочленов степени не больше  $n$  ( $d : \mathbb{R}[x]_{\leq n} \rightarrow \mathbb{R}[x]_{\leq n}$ ).
2.  $V$  — в. п. над  $K$ .  $L \leq V$ ,  $A : V \rightarrow V$  — линейное отображение.  
Обозначим  $\text{def } A$  — дефект  $A$ . Под  $A(L)$  понимается множество  $\{Ax \mid x \in L\}$  (легко проверить, что  $A(L) \leq \text{Im } A$ ).  
Докажите, что  $\dim L - \text{def } A \leq \dim A(L) \leq \dim L$ .
3.  $A, B : V \rightarrow U$  — линейные отображения, докажите, что  $\text{rk}(A + B) \leq \text{rk}(A) + \text{rk}(B)$
- 3<sup>++</sup>.  $A, B : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  — линейные отображения, докажите, что  $\text{def}(AB) \leq \text{def}(A) + \text{def}(B)$
4. ?) Удостоверьтесь, что вы знаете, что такое проекция точки на прямую/плоскость и верите, что это линейная операция.
  - а) Найдите матрицу и ранг оператора проектирования точки в  $\mathbb{R}^n$  на прямую  $a_1 * x_1 + \dots + a_n * x_n = 0$ .  
(*Note: задача параметризована прямой, поэтому решение должно быть для всех прямых*)
  - б) Найдите матрицу и ранг оператора проектирования точки в  $\mathbb{R}^3$  на плоскость, проходящую через начало координат (придумайте параметризацию плоскости самостоятельно).  
(*Note: задача параметризована плоскостью, поэтому решение должно быть для всех плоскостей*).