

## 21 октября 2020. Дискретная теория вероятностей. Случайные величины.

1. Колесо рулетки в равномерно расположенных ячейках имеет числа от 0 до 36. Ячейки с чётными номерами в диапазоне от 2 до 36 окрашены в черный цвет, ячейки с нечетными номерами в диапазоне от 1 до 36 окрашены в красный цвет. Игрок платит доллар и выбирает цвет. Если игрок выигрывает, то он получает два доллара, если проигрывает, то не получает ничего. Есть подозрение, что в среднем игрок проигрывает казино какую-то сумму, а казино соответствующую сумму выигрывает.
  - а) Подсчитайте величину средней прибыли игрока.
  - б) Вычислите дисперсию соответствующей случайной величины.
  - в) А если игрок делает  $n$  ставок подряд, какими будут математическое ожидание и дисперсия прибыли?
2. На дне глубокого сосуда лежат  $k$  желтых и  $m$  голубых шаров. Из него последовательно достают два шара. Найдите распределение вероятностей случайной величины  $\xi$  равной количеству жёлтых шаров среди вытянутых. Найдите матожидание этой случайной величины.
  - б) Сделайте это также в случае, если первый шар возвращают обратно в сосуд.
3. Вступительный тест по алгоритмам состоит из 16 вопросов, на каждый из которых есть три варианта ответа: «Да, конечно!», «Нет, что вы!» и «Не знаю.». За вариант ответа «Не знаю» всегда дается 0 баллов, за правильный ответ из оставшихся – 1 балл. К сожалению, преподаватели оплошали, и за неправильный ответ тоже дается 0 баллов. Какое среднее количество баллов можно получить, если притвориться, что вы знаете все ответы, но отвечать случайно?
4. Восемь шаров, пронумерованных числами 0, 1, 1, 2, 2, 2, 5 и 10 соответственно, помещены в урну. Игрок трижды вытягивает из неё шар и возвращает обратно. В конце он получает выигрыш равный сумме чисел на трех шарах. Каково математическое ожидание выигрыша в такой игре?
5. На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Найдите распределение числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки. Чему равны математическое ожидание и дисперсия этой случайной величины?

*Только для тех, кто успел решить всё предыдущее*

6. Решите предыдущую задачу, если светофоров бесконечное количество, и вероятность зеленого света на каждом равна  $p$ .
7. Дискретная случайная величина может принимать три значения: 2, 3, 7. При этом ее математическое ожидание равно 4, а стандартное отклонение – 2. Найдите распределение этой случайной величины.