Дискретная вероятность

1.1. Рассмотрим произвольную перестановку трех элементов вида $p = p_1p_2p_3$. Обозначим через A событие, состоящее в том, что $p_1 > p_2$, а через B — событие, заключающееся в том, что $p_2 > p_3$. Являются ли эти события независимыми?

1.2. Производитель конфет M&M's периодически меняет цвета своих конфет в упаковке. До 1995 года в одной упаковке конфет M&M's содержалось 30 процентов коричневых, 20 желтых, 20 красных, 10 оранжевых, 10 зеленых, 10 желто-коричневых конфет. В 1995 году производитель добавил в набор синие конфеты и изменил распределение конфет в наборе. Именно, после 1995 года в стандартном наборе конфет содержалось 24 процентов синих, 20 зеленых, 16 оранжевых, 14 желтых, 13 красных и 13 коричневых конфет. Предположим, что вам дают по одной конфете из двух разных упаковок, одной — 1994 года, второй — 1996 года выпуска, но не говорят, какая конфета взята из какой упаковки. Пусть вам досталась одна желтая и одна зеленая конфета. Какова вероятность того, что желтая конфета оказалась из упаковки 1994 года?

1.3. По статистике, 30% из общего количества студентов, которым читается данный курс, сдают экзамен с первой попытки и в срок, 50% с первой попытки его не сдают, но успевают пересдать экзамен в течение основной сессии, а оставшиеся 20% либо вовсе экзамен не сдают, либо сдают его в допсессию. Известно, что среди студентов первой группы 95% успешно заканчивают свое обучение в университете, среди студентов второй группы эта величина составляет 60%, а среди тех, кто в основную сессию данный курс не сдал, доля получивших в итоге диплом составляет 20%. Определите процент студентов, успешно защищающих диплом, по отношению к общему числу поступивших студентов.

1.4. Рассмотрим схему Бернулли из n испытаний, в которой вероятность p успеха является иррациональным числом. Найдите, при каком k, $k = 1, 2, \ldots, n$, величина $\Pr(A_k)$ будет наибольшей.

1.5. Предположим, что A и B — два различных подмножества одного и того же множества X, $|X| = n$, такие, что
$$A \cup B = X.$$
Из всех решений (A, B) этого уравнения случайным образом выбирают одно. Какова вероятность того, что A и B содержат ровно k, $k > n/2$, элементов?

1.6. У вас есть два соперника для игры в теннис — слабый и сильный. Вы заключили пари, что выйграете как минимум последовательных матча из трех (то есть ваша цель выйграть первую и вторую игру или вторую и третью). У вас есть возможность выбрать одну из следующих очередностей игр: Сильный, Слабый, Сильный или Слабый, Сильный, Слабый. Какую очередность вы предпочтете?

1.7 (1 балл)**.** Из полного набора костей домино взята одна кость. Найдите вероятность того, что наудачу взятую вторую кость можно приставить к первой по правилам домино.

1.8 (Дополнительная задача)**.** Дано натуральное число $n < 52$. Из тщательно перемешанной колоды в 52 карты одновременно были взяты n карт. На одну из этих n карт посмотрели, она оказалась тузом. После этого она возвращается в набор взятых карт, а затем эти выбранные на первом шаге n карт снова тщательно перемешиваются. После этого из них выбирается одна карта и открывается. Найдите вероятность того, что открытая карта является тузом.