

## ДЗ2

1. Докажите, что объединение двух различных путей между  $x$  и  $y$  содержит цикл
2. Какой минимальный радиус может быть у графа на 100 вершинах с максимальной степенью  $\Delta = 4$ .
3. Турнир  $T$  называется транзитивным, если из условий  $(x, y) \in E(T)$  и  $(y, z) \in E(T)$  следует, что  $(x, z) \in E(T)$ . Докажите, что турнир  $T$  является транзитивным тогда и только тогда, когда он ациклический.
4. Докажите, что любой турнир, не являющийся транзитивным, содержит ориентированный цикл длины 3.
5. Сколько ребер должен иметь простой граф на  $n$  вершинах, чтобы он гарантированно был связным?
6. Докажите, что простой граф  $G$ , построенный на 10 вершинах и имеющий 28 ребер, содержит цикл длины 4.
7. Докажите, что в  $k$ -регулярном графе, обхват которого равен 4, количество  $n$  вершин больше или равно  $2k$ .
8. Пусть  $G$  — граф, вершины которого помечены битовыми строками длины  $k \geq 1$ . Вершины  $x$  и  $y$  в таком графе являются смежными тогда и только тогда, когда соответствующие им битовые строки отличаются ровно в двух позициях. Определите количество связных компонент в таком графе.
9. Для графа  $G$ , построенного на восьми вершинах, известно, что все его вершины имеют степень  $k$ . Его диаметр не превосходит 2. При каком минимальном значении  $k$  это возможно?