

ДЗЗ. Урновые схемы, числа Стирлинга.

1. Сколькими способами можно из 60 различных грибов сделать четыре неразличимые связки по пятнадцать грибов в каждой?
2. Подсчитайте количество упорядоченных размещений k различных предметов по n различным ящикам, то есть таких размещений, в которых важен порядок размещения предметов в каждом конкретном ящике
3. Найдите сумму всех различных шестизначных чисел, которые можно получить при перестановках цифр 1, 2, 2, 5, 8, 8.
4. В начале учебного года на кафедре происходит распределение нагрузки. Имеется 5 преподавателей и 7 различных групп студентов, которым эти преподаватели должны прочитать один и тот же курс. Любой преподаватель может вести занятия в любой группе. Подсчитайте количество способов распределения нагрузки между преподавателями при условии, что каждый преподаватель должен вести занятия хотя бы в одной группе.
5. Сколько существует шестизначных чисел, все цифры которых имеют одинаковую четность?
6. Сосчитайте количество размещений n различных предметов по k различным ящикам при условии, что ровно r из k ящиков должны быть заняты.
7. Докажите формулы обращения:

$$f_k = \sum_{i=0}^k \binom{k}{i} g_i \quad \Longleftrightarrow \quad g_k = \sum_{i=0}^k (-1)^{k-i} \binom{k}{i} f_i, \quad k \geq 0.$$

8. Подсчитайте количество разбиений числа k при ограничениях

$$a_i \geq s_i, \quad i = 1, \dots, n; \quad s_1 + s_2 + \dots + s_n =: s \leq k.$$