

Домашнее задание 7.
Дискретная теория вероятностей. Случайные величины.

Баллов на зачёт: 9

1. (1 балл) Случайная величина ξ равна значению большего из чисел, выпавших при броске двух игральных кубиков. Найдите её распределение, матожидание и дисперсию.
2. Две случайные величины μ и λ принимают значения 1,2,3. Известно, что

$$P\{\mu = i, \lambda = j\} = a(i + j),$$

где a — некоторая константа.

- а) (0,5 балла) Найдите a .
 - б) (1 балл) Найдите распределение случайной величины $\mu - \lambda$, её математическое ожидание и дисперсию.
3. (1 балл) Доказать, что для любой случайной величины ξ с математическим ожиданием $E\xi = a$, выражение $E[(\xi - c)^2]$ достигает своего минимума для $c = a$. Другими словами, $D\xi < E[(\xi - c)^2]$ для всех $c \neq a$.
 4. (1 балл) Дискретная случайная величина может принимать три значения: 3, 4, 6. При этом ее математическое ожидание равно 4, а дисперсия — 1. Найдите распределение этой случайной величины (если таких случайных величин несколько, найдите все возможные).
 5. (1 балл) Раз, два, три, четыре пять, вышел зайчик погулять. Вдруг охотник выбегает, а у него всего 4 патрона. Злой охотник стреляет в зайчика пока не попадет, либо пока не кончатся патроны. Найдите мат.ожидание количества выстрелов, если вероятность попадания одним выстрелом в убегающего зайчика равна $1/4$.
 6. (1,5 балла) Вступительный тест по алгоритмам состоит из 16 вопросов, на каждый из которых есть три варианта ответа: «Да, конечно!», «Нет, что вы!» и «Не знаю». За вариант ответа «Не знаю» всегда дается 0 баллов, за правильный ответ из оставшихся — 1 балл, а за неправильный ответ теперь начисляют -1 балл. Вася даёт правильный ответ с вероятностью p , неправильный — с вероятностью q , и с вероятностью $1 - p - q$ отвечает "Не знаю". Найдите матожидание и дисперсию количества набранных баллов.
 7. (1,5 балла) Малышку Аришку кормят кусочками помидоров. Она проглатывает попавший ей в рот кусочек с вероятностью p . Как только Аришка вышлёвывает то, что попало ей в рот, приём пищи заканчивается. Найдите матожидание количества съеденных кусочков.
 8. (1,5 балла) Маленькая Сонечка поставила трех ладей на шахматную доску так, что никакие две из них не бьют друг друга. Найдите матожидание количества ладей, попавших в верхний левый квадрат 4×4 .
 9. (1,5 балла) Бросив сто раз монету, подсчитаем число орлов, сразу за которыми выпала решка. (Например, для ста подряд идущих орлов или ста решек это число равно нулю, для РОРОРО...РО получится 49, а для ОРОРОР...ОР будет 50). Найдите математическое ожидание этого числа.
 10. (2 балла) Маленькая Сонечка ест конфеты из мешочка. В мешочке a вкусных конфет и b невкусных, но на вид все конфеты одинаковые. Каждый раз Сонечка выбирает одну конфету наугад и съедает. Если попалась вкусная конфета, то её настроение повышается на величину, равную вкусоности конфеты. Соня ест конфеты одну за другой, пока они не кончатся или пока не попадётся невкусная конфета. Вкусоности конфет равны x_1, x_2, \dots, x_a . Изначально настроение Сонечки равно нулю. Каково математическое ожидание её настроения по окончании этого процесса?