

Урновые схемы, числа Стирлинга.

1. Сколько существует пятизначных чисел в восьмиричной системе исчисления, в которых все три цифры различны?
2. Найдите количество девятизначных чисел, в которых каждая цифра от 1 до 9 встречается ровно один раз, цифры 1, 2, 3, 4, 5 расположены в порядке возрастания, а цифра 6 стоит раньше цифры 1.
3. Трое мужчин и две женщины выбирают себе место работы. В городе имеются три фирмы, в которых требуются только мужчины, две — в которых требуются только женщины, и две — в которых берут и мужчин, и женщин. Сколькими способами они могут выбрать себе место работы?
4. Чему равно количество способов раскладки n различных предметов по k неразличимым ящикам при условии, что в каждом ящике находится не более одного предмета
5. Синий игрок построил k перерабатывающих завода. Сколькими способами он может распределить n рабочих между ними?

6. Докажите равенство

$$n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^k} \binom{n+1}{k+1}.$$

7. Сосчитайте количество размещений n различных предметов по k различным ящикам при условии, что ровно r из k ящиков должны быть заняты.
8. Докажите

$$k^n = \sum_{i=0}^n \binom{k}{i} \cdot \hat{S}(n, i)$$

9. Докажите формулы обращения:

$$f_k = \sum_{i=0}^k \binom{k}{i} g_i \quad \Longleftrightarrow \quad g_k = \sum_{i=0}^k (-1)^{k-i} \binom{k}{i} f_i, \quad k \geq 0.$$