

## 14 октября 2020. Дискретная теория вероятностей.

1. Игроку предлагают выбрать одну из трех шкатулок. Известно, что в одной шкатулке находится приз, а две другие пусты. Игрок делает выбор, но прежде, чем открыть выбранную им шкатулку, ведущий обязан открыть одну из двух оставшихся, и продемонстрировать, что она пуста. Известно, что ведущий знает, где лежит приз, и открывает заведомо пустую шкатулку. Выгодно ли игроку после этого изменить своё первоначальное решение?
2. 40% приверженцев некоторой политической партии являются женщинами. 70% приверженцев этой партии – городские жители. При этом 60% горожан, поддерживающих партию, – мужчины. Являются ли независимыми события "приверженец партии – горожанин" и "приверженец партии – женщина"?
3. Братья Пилоты стреляют в тире, но у них есть только один шестизарядный револьвер с одним патроном. Поэтому они договорились по очереди случайным образом крутить барабан и стрелять. Начинает Шеф. Найдите вероятность того, что выстрел произойдет, когда револьвер будет у Шефа.
4. Каруана, Карлсон, Карпов и Каспаров играют в теннис. Поскольку играть они совершенно не умеют, каждый выигрывает у каждого с вероятностью  $\frac{1}{2}$ , ничьих не бывает. Они играют однокруговой турнир, то есть каждый играет с каждым по одному разу.
  - а) Какая вероятность того, что Карлсон и здесь одержит больше всех побед?
  - б) Какая вероятность, что Карлсон одержит побед не меньше, чем в среднем?
5. У Аси и Васи есть три монеты. На разных сторонах одной монеты изображены ножницы и бумага, на сторонах другой монеты – камень и ножницы, на сторонах третьей – бумага и камень. Ножницы побеждают бумагу, бумага побеждает камень и камень побеждает ножницы. Сначала Ася выбирает себе монетку, потом Вася, потом они бросают свои монетки и смотрят, кто выиграл (если выпало одно и то же, то – ничья). Так они делают много раз. Есть ли возможность у Васи выбрать монету так, чтобы вероятность его выигрыша была выше, чем у Аси?
6. У охотника есть две собаки. Однажды, заблудившись в лесу, он вышел на развилку. Охотник знает, что каждая из собак с вероятностью  $p$  выберет дорогу домой. Он решил выпустить собак по очереди. Если обе выберут одну и ту же дорогу, он пойдет за ними; если же они разделятся, охотник выберет дорогу, кинув монетку. Увеличит ли таким способом охотник свои шансы выбрать дорогу домой, по сравнению с тем, как если бы у него была одна собака?
7. На клавиатуре калькулятора есть цифры от 0 до 9 и знак «+». Вначале на дисплее написано число 0. Можно нажимать любые клавиши. Калькулятор выполняет действия в последовательности нажатий. Если знак действия нажать подряд несколько раз, то калькулятор запомнит только последнее нажатие. Рассеянный Учёный нажал несколько кнопок в случайной последовательности. Какой результат получившейся цепочки действий более вероятен – чётное число или нечётное?
8.  $n$  усталых ковбоев зашли в салун, и повесили свои шляпы на бизоний рог при входе. Когда глубокой ночью ковбой уходили, они были не в состоянии отличить одну шляпу от другой и поэтому разобрали шляпы наугад. Найдите вероятность того, что никто из них не взял свою собственную шляпу.