

**30 сентября 2020. Перечислительная комбинаторика.
Числа Стирлинга второго рода.**

1. Трое мужчин и две женщины выбирают себе место работы. В городе имеются три фирмы, в которых требуются только мужчины, две — в которых требуются только женщины, и две — в которых берут и мужчин, и женщин. Сколькими способами они могут выбрать себе место работы?
2. Получите явные аналитические выражения для чисел Стирлинга $S(n, 1)$, $S(n, n)$, $S(n, 2)$ и $S(n, n - 1)$.
3. Сколько существует разбиений $2n$ -множества на два блока, размеры которых не равны между собой?
4. В начале учебного года на кафедре происходит распределение нагрузки. Имеется 5 преподавателей и 7 различных групп студентов, которым эти преподаватели должны прочитать один и тот же курс. Любой преподаватель может вести занятия в любой группе. Подсчитать количество способов распределения нагрузки между преподавателями при условии, что каждый преподаватель должен вести занятия хотя бы в одной группе.
5. Сосчитать количество размещений n различных предметов по k различным ящикам при условии, что ровно r из k ящиков должны быть заняты.
6. Доказать комбинаторно формулу

$$\sum_{k=0}^n \binom{m+k}{k} = \binom{m+n+1}{n}$$

7. Восемь студентов выбирают себе спецкурсы на семестр из списка, состоящего из четырех спецкурсов. Сколькими способами студенты могут записаться на эти спецкурсы так, чтобы каждый студент записался хотя бы на один спецкурс и при этом на каждый спецкурс хоть кто-то записался?
8. Доказать, что количество разбиений n -элементного множества, при котором ни в одном блоке не содержится пара последовательно идущих чисел, описывается числом Белла $B(n - 1)$.