

# Функциональное программирование

## Лекция 6. Классы типов

Денис Николаевич Москвин

ВШЭ СПб, СПбШФМиКН,  
бакалавриат ПМии

09.10.2020

- 1 Виды полиморфизма
- 2 Классы типов
- 3 Стандартные классы типов
- 4 Внутренняя реализация классов типов

- 1 Виды полиморфизма
- 2 Классы типов
- 3 Стандартные классы типов
- 4 Внутренняя реализация классов типов

Рассмотрим функцию

```
id    :: a -> a
id x  =  x
```

Её код универсален, то есть

- годен для использования с параметром любого типа;
- не зависит ни от какой специфики этого типа.

```
id True    :: Bool
id "Hello" :: [Char]
id id      :: a -> a
```

Рассмотрим функцию, определяющую, имеется ли элемент в списке:

```
elem      :: a -> [a] -> Bool
elem _ [] = False
elem x (y:ys) = x == y || elem x ys
```

Для любого ли типа элементов она подходит?

Рассмотрим функцию, определяющую, имеется ли элемент в списке:

```
elem      :: a -> [a] -> Bool
elem _ [] = False
elem x (y:ys) = x == y || elem x ys
```

Для любого ли типа элементов она подходит?

Да, но только если оператор равенства универсален:

```
(==) :: a -> a -> Bool
```

Хорошо ли это?

# Сравнимость выражений

Рассмотрим, например, две разные реализации функции следования

```
suc :: ((a -> a) -> a -> a) -> (a -> a) -> a -> a
suc = \n s z -> n s (s z)
```

```
suc' :: ((a -> a) -> a -> a) -> (a -> a) -> a -> a
suc' = \n s z -> s (n s z)
```

Можно ли утверждать, что

```
suc ≡ suc'
```

# Сравнимость выражений

Рассмотрим, например, две разные реализации функции следования

```
suc :: ((a -> a) -> a -> a) -> (a -> a) -> a -> a
suc = \n s z -> n s (s z)
```

```
suc' :: ((a -> a) -> a -> a) -> (a -> a) -> a -> a
suc' = \n s z -> s (n s z)
```

Можно ли утверждать, что

```
suc ≡ suc'
```

Эти функции равны *экстенционально*, но не *интенционально*.



# Экстенциональное равенство

Результат вычисления на любых входах — один и тот же:

```
zero, one, two :: (a -> a) -> a -> a
zero = \s z -> z
one  = \s z -> s z
two  = \s z -> s (s z)
```

```
GHCi> suc two (+1) 0
3
GHCi> suc' two (+1) 0
3
GHCi> suc two ('A':) ""
"AAA"
GHCi> suc' two ('A':) ""
"AAA"
```

# Специальный (ad hoc) полиморфизм

- Специальный (ad hoc) полиморфизм — вид полиморфизма, противоположный параметрическому (Кристофер Стрейчи, 1967).
- Интерфейс общий (полиморфный), но реализация специализирована для каждого конкретного типа:

```
GHCi> 3 :: Integer
3
GHCi> 3 :: Double
3.0
GHCi> 3 :: Rational
3 % 1
GHCi> 3 :: Char
<interactive>: error:
* No instance for (Num Char) arising from the literal `3'
```

- 1 Виды полиморфизма
- 2 Классы типов**
- 3 Стандартные классы типов
- 4 Внутренняя реализация классов типов

*Класс типов* — это именованный набор имён функций с сигнатурами, параметризованными общим типовым параметром:

```
class Eq a where
  (==) :: a -> a -> Bool
  (/=) :: a -> a -> Bool
```

Имя класса типов задаёт ограничение, называемое *контекстом*:

```
(==)           :: Eq a => a -> a -> Bool

elem          :: Eq a => a -> [a] -> Bool
elem _ []    = False
elem x (y:ys) = x == y || elem x ys
```

# Объявления представителей (instance declarations)

Тип  $a$  является *представителем* класса, если для него реализованы определения функций этого класса:

```
instance Eq Bool where
  True  == True   = True
  False == False  = True
  _     == _      = False
  x     /= y      = not (x == y)
```

```
instance Eq Char where
  (C# c1) == (C# c2) = c1 `eqChar#` c2
  (C# c1) /= (C# c2) = c1 `neChar#` c2
```

Символ `#` указывает на то, что тип данных `unboxed` (удерживаются не через указатель) и, следовательно, `unlifted` (не может быть  $\perp$ ).

- Тип-представитель класса может быть полиморфным

```
instance Eq a => Eq [a] where
  []      == []      = True
  (x:xs) == (y:ys) = x == y && xs == ys
  _      == _      = False
```

- Контекст (в данном случае `Eq a =>`) можно использовать при объявлении представителя.
- Без указания контекста такое определение приведёт к ошибке при проверке типов.

- Выше мы могли определять перегрузку только (`==`), поскольку в определении класса типов `Eq` имеется реализация по умолчанию для метода (`/=`)

```
class Eq a where
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool
  x /= y   = not (x == y)
```

- Методы по умолчанию могут быть перегружены в объявлениях представителя (например, из соображений эффективности).

# Производные представители (derived instances)

```
data Point a = Point a a deriving Eq
```

```
GHCi> Point 3 5 == Point 3 2
False
GHCi> Point 3 5 == Point 3.0 5.0
True
GHCi> Point 3 5 == Point 'a' 'b'
<interactive>:1:9:
  No instance for (Num Char) ...
```

Задав ключ `-XStandaloneDeriving` в прагме `OPTIONS_GHC` можно использовать отдельностоящие объявления

```
deriving instance Show a => Show (Point a)
```



# Расширение класса (class extension)

- Класс `Ord` наследует все методы класса `Eq` плюс содержит собственные методы

```
class Eq a => Ord a where
  (<), (<=), (>=), (>) :: a -> a -> Bool
  max, min :: a -> a -> a
```

```
sort :: Ord a => [a] -> [a]
```

- Допустимо и множественное «наследование»

```
class (Eq a, Show a) => MyClass a where
  ...
```

# Типовые операторы в объявлениях класса

Переменная типа, параметризующая класс, может иметь кайнд отличный от \*

```
class Functor f where
  fmap :: (a -> b) -> f a -> f b
```

```
instance Functor [] where
  fmap = map
```

```
instance Functor Maybe where
  fmap _ Nothing = Nothing
  fmap f (Just a) = Just (f a)
```

# Представители-сироты (orphan instances)

- Представителя класса типов `C` для типа данных `T` принято объявлять либо в модуле, где определен `C`, либо в модуле с определением `T`.
- Определение в других модулях допустимо, но потенциально небезопасно. Таких представителей называют сиротами (orphan instances).
- Проблема в том, что представители — неименованные сущности, поэтому явно управлять их доступностью через списки экспорта и импорта невозможно.
- GHC при компиляции выдает предупреждение об обнаруженной сиротливости.

- В ООП-языках классы содержат и данные и методы; в Haskell'е их определения разнесены.
- Методы классов в Haskell'е напоминают виртуальные функции в C++.
- Классы типов похожи на интерфейсы в Java. Они определяют протокол использования объекта, а не сам объект.

- 1 Виды полиморфизма
- 2 Классы типов
- 3 Стандартные классы типов**
- 4 Внутренняя реализация классов типов

Минимальное полное определение: compare или `<=`.

```
class (Eq a) => Ord a where
  compare          :: a -> a -> Ordering
  (<), (<=), (>), (>=) :: a -> a -> Bool
  max, min        :: a -> a -> a

  compare x y = if x == y then EQ
               else if x <= y then LT
               else GT

  x < y = case compare x y of {LT -> True; _ -> False}
  x <= y = case compare x y of {GT -> False; _ -> True}
  x > y = case compare x y of {GT -> True; _ -> False}
  x >= y = case compare x y of {LT -> False; _ -> True}

  max x y = if x <= y then y else x
  min x y = if x <= y then x else y
```

Минимальное полное определение: toEnum и fromEnum.

```
class Enum a where
  succ, pred      :: a -> a
  toEnum          :: Int -> a
  fromEnum        :: a -> Int

  enumFrom        :: a -> [a]           -- [n..]
  enumFromThen    :: a -> a -> [a]     -- [n,n'..]
  enumFromTo      :: a -> a -> [a]     -- [n..m]
  enumFromThenTo  :: a -> a -> a -> [a] -- [n,n'..m]
```

```
class Bounded a where
  minBound, maxBound :: a
```

Минимальное полное определение: все, кроме `negate` или `(-)`.

```
class (Eq a, Show a) => Num a where
  (+), (-), (*)      :: a -> a -> a
  negate            :: a -> a
  abs, signum       :: a -> a
  fromInteger       :: Integer -> a

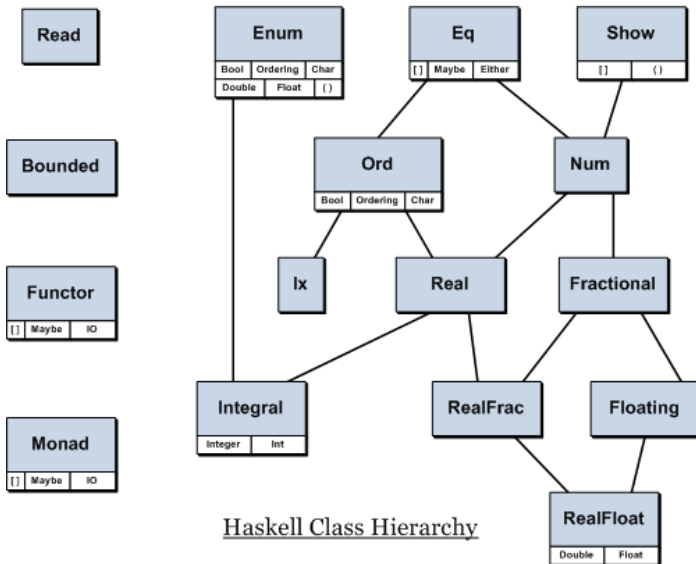
  x - y = x + negate y
  negate x = 0 - x
```

Контекста `Ord` нет — для комплексных, например, он лишний. В GHCi уже давно нет даже контекста `(Eq a, Show a)`. Есть надежда, что следующий стандарт отразит это разумное решение.



- У `Num` два главных подкласса:
  - `Integral` — целочисленное деление (через `Real`);
  - `Fractional` — обычное деление.
- `Integer` и `Int` — представители класса `Integral`.
- `Float` и `Double` — наследники `Fractional` через довольно длинную иерархию со множественным наследованием.
- Автоматического приведения чисел от одного типа к другому в Haskell'е нет.

# Стандартная иерархия классов типов



```
GHCi> :t fromIntegral
fromIntegral :: (Num b, Integral a) => a -> b
GHCi> :t sqrt
sqrt :: Floating a => a -> a
GHCi> sqrt 4
2.0
GHCi> sqrt (4::Int)
<interactive>:1:1:
    No instance for (Floating Int) ...
GHCi> sqrt $ fromIntegral (4::Int)
2.0
```

В обратную сторону

```
ceiling, floor, truncate, round
  :: (RealFrac a, Integral b) => a -> b
```

# Преобразования к рациональным дробям

```
data Ratio a = !a :% !a deriving (Eq)
(%)          :: (Integral a) => a -> a -> Ratio a
numerator, denominator :: (Integral a) => Ratio a -> a

type Rational = Ratio Integer
```

```
GHCi> :t toRational
toRational :: Real a => a -> Rational
GHCi> toRational 2.5
5 % 2
GHCi> 10 % 5
<interactive>:1:4: Not in scope: `%'
GHCi> :m +Data.Ratio
GHCi> 1 % 3 + 1 % 6
1 % 2
```

Числа с плавающей точкой лучше, конечно, не преобразовывать, а аппроксимировать:

```
GHCi> toRational 4.9
2758454771764429 % 562949953421312
GHCi> approxRational 4.9 0.1
5 % 1
GHCi> approxRational 4.9 0.01
49 % 10
```

- 1 Виды полиморфизма
- 2 Классы типов
- 3 Стандартные классы типов
- 4 Внутренняя реализация классов типов**

- Классы типов реализуются через механизм передачи словарей (Dictionaries).
- Словарь для класса — это запись из его методов

```
data Eq' a = MkEq (a -> a -> Bool) (a -> a -> Bool)
```

- Функции-селекторы выбирают методы равенства и неравенства из этого словаря

```
eq      :: Eq' a -> a -> a -> Bool
eq (MkEq e _) = e
ne      :: Eq' a -> a -> a -> Bool
ne (MkEq _ n) = n
```

# Реализация объявлений представителей

- Объявления представителей транслируются в функции, возвращающие словарь...

```
dEqInt :: Eq' Int
dEqInt = MkEq eqInt (\x y -> not $ eqInt x y)
```

- ... или в функции, принимающие некоторый словарь и возвращающие более сложный словарь

```
dEqList :: Eq' a -> Eq' [a]
dEqList (MkEq e _) = MkEq el (\x y -> not $ el x y)
  where el [] [] = True
        el (x:xs) (y:ys) = x `e` y && xs `el` ys
        el _ _ = False
```



# Использование словаря вместо контекста

elem теперь принимает словарь в качестве явного параметра

```
elem'      :: Eq' a -> a -> [a] -> Bool
elem' _ _ [] = False
elem' d x (y:ys) = eq d x y || elem' d x ys
```

```
GHCi> elem' dEqInt 2 [3,5,2]
True
GHCi> elem' dEqInt 2 [3,5,7]
False
GHCi> elem' (dEqList dEqInt) [3,5] [[4],[1,2,3],[3,5]]
True
GHCi> elem' (dEqList dEqInt) [3,5] [[4],[1,2,3],[3,8]]
False
```