

1 Основные задания

На зачёт требуется решить либо пять задач.

1. Уберите все лишние скобки из выражения $(\lambda x. (y (\lambda z. (n ((m p) o))))))$.
2. Найдите все свободные переменные, а также обозначьте к какому связывателю относится каждая связанная:

$$(\lambda x. y y (\lambda y. x ((\lambda z. z x) (\lambda x. z x))))$$

3. Осуществите подстановку и приведите к нормальной форме — форме, в которой не осталось редексов, — указывая при этом основные шаги:

(a) $x := \mathbf{K}$ и $y := \mathbf{B}$ в $y (\lambda z. x x (x z x)) (\lambda x. x x x) \mathbf{I}$

(b) $x := \mathbf{S}$ в $x (\lambda z x. z x) (\lambda z y x. x) x$

4. Приведите к нормальной форме, указывая основные шаги:

(a) $(\lambda x x y x. y x) \mathbf{I} \mathbf{C} \mathbf{K} \mathbf{S}$

(b) $(\lambda x y z. y x z) (y x) (\lambda z. z z) f$

(c) $\mathbf{I} \mathbf{S} \mathbf{K} \mathbf{S} \mathbf{K} \mathbf{S} (\mathbf{S} \mathbf{K} \mathbf{K} \mathbf{K})$

5. Задайте лямбда-терм **or** $b_1 b_2$, который вычисляет дизъюнкцию двух логических величин.
6. Лямбда-терм **mult** $a b$, перемножающий два числа Чёрча, и лямбда-терм **pow** $a b$, который вычисляет a^b .
7. Лямбда-терм **iszero**, который возвращает **true**, если подать **0**, и **false** в противном случае.
8. Лямбда-терм **divides3** n , который возвращает **true**, если n делится на 3 без остатка, и **false** в противном случае. Подсказка: можно потренироваться, придумав терм, который проверяет, чётное ли число.
9. Лямбда-терм **pred** n , который находит предыдущее число Чёрча. Подсказка:

```
def pred(n):  
    prd = 0  
    cur = 0  
    for i in range(0, n):  
        prd = cur  
        cur = cur + 1  
    return prd
```

2 Дополнительные задания

Задания для должников. Они не идут в рейтинг, но позволяют закрыть тему.

1. Лямбда-терм **xor** $b_1 b_2$.
2. Докажите, что **mult** a (**plus** $b c$) = **plus** (**mult** $a b$) (**mult** $a c$).
3. Задайте терм **mult**, используя только аппликацию, скобки и термы **S** и **K**. Использовать лямбда-абстракцию запрещается.
4. Не используя комбинатор неподвижной точки, задайте терм, который принимает на вход два числа Чёрча и возвращает наименьшее из них.

5. Не используя комбинатор неподвижной точки, задайте терм, который находит наибольший общий делитель двух чисел Чёрча.
6. Задайте терм, который принимает на себя бинарную функцию \oplus над логическими переменными и возвращает её таблицу истинности: пару из пары, в которой содержатся **true** \oplus **true** и **true** \oplus **false**, и пары, в которой содержатся **false** \oplus **true** и **false** \oplus **false**.
7. Задайте терм, который принимает на вход таблицу истинности функции \oplus над логическими переменными (представление таблицы описано в предыдущем задании) и возвращает терм, вычисляющий \oplus .