1 Правила сдачи выводов формул

Когда требуется показать вывод, то приемлемые формы ответа:

- В виде дерева вывода, узлы которого — что угодно, что известным способом транслируется в чистое интуиционистское исчисление высказываний;
- В виде последовательности формул с теми дополнительными правилами, которые можно вывести и без аксиомы об исключённом третьем;
- В виде терма `IntPropCalc` (аналогичен `PropCalc`, но без конструктора `A11`).
- Если *очень* аккуратно, то в виде программы, состоящей из чистого лямбда-исчисления, расширенного парами, `Either` и `Not`. Сопоставлять `Not` с образцом при этом нельзя.

2 Задания

1. Реализуйте вывод формул в исчислении секвенций (прилагается Haskell-заготовка).
2. В ИИВ можно добавить аксиому исключённого третьего и получить КИВ. Можно вместо этого добавить в ИИВ одну из таких аксиом:

   (a) $((P \to Q) \to P) \to P$;

   (b) $\neg\neg P \to P$;

   (c) $(P \to Q) \to \neg P \vee Q$.

   Результат будет, как ни странно, в каждом случае эквивалентен КИВ: всё, что можно вывести в КИВ, можно вывести и в этих исчислениях, и наоборот.

   Докажите это.

   Часть доказательства уже представлена в лекции по КИВ: там дан вывод $\neg\neg P \to P$ из закона исключённого третьего. Остальные доказательства можно построить схожим образом.

   Прилагается Haskell-заготовка, там больше конкретики.
3. Докажите или опровергните формулы в ИИВ:

   (a) p

   (b) $p \to q$

   (c) $\neg(\neg p \wedge \neg q) \to p \vee q$

   (d) $\neg(p \vee q) \to \neg p \wedge \neg q$

   (e) $(p \to q) \to (\neg q \to \neg p)$

   (f) $(\neg q \to \neg p) \to (p \to q)$

   Опровержением могут служить, например, контрпример в алгебре Гейтинга, контрмодель Крипке или использование корректности ИИВ.

   Рекомендация: алгебры Гейтинга обычно проще понять, чем шкалы Крипке.