

Домашнее задание

Note: Во всех заданиях не забывайте про подробности.

1. Единственное собственное число комплексной матрицы — 0 . Докажите, что найдется n такое, что $A^n = 0$
2. Все собственные числа матрицы A вещественны и различны. Выразите $\chi(A^2)$ через $\chi(A)$ (на самом деле условия не важны). Указание: подумайте про собственные числа этих матриц, связь собственных чисел и характеристического многочлена.
3. Докажите, что если $A^2 = A$, то любой вектор — сумма двух собственных векторов этой матрицы. Указание: подумайте о том, какие у этой матрицы собственные числа, как связаны эта задача с предыдущей.
4. Оператор в n -мерном пространстве над \mathbb{C} переставляет по циклу элементы некоторого базиса. Найдите его собственные числа и собственные вектора.
5. Посчитать $A^n v$, где $v = (x, y, z)$,

$$A = \begin{pmatrix} \frac{19}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 2 & 5 & -2 \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{11}{3} \end{pmatrix}$$