

# Домашнее задание 1

19 января 2019

1. Дано пять монет разного веса и известно, что первая монета легче второй, а третья легче второй и четвертой. Имеются весы, позволяющие сравнить по весу любые две монеты. Доказать, что для того, чтобы упорядочить по весу все монеты, необходимо и достаточно 5 взвешиваний.
2. Имеются 24 монеты, среди которых ровно одна фальшивая (неизвестно какая). Все настоящие монеты одного веса, а фальшивая легче или тяжелее. На чашечных весах можно сравнивать по весу любые две группы монет. Нужно найти фальшивую монету и выяснить, легче она или тяжелее. Докажите, что необходимо и достаточно сделать 4 взвешивания.
3. Даны две группы камешков, причем камешки в каждой группе упорядочены по весу. В первой группе  $n$  камешков, а во второй  $m$ . Требуется упорядочить все камешки по весу. Докажите, что для этого достаточно сделать  $m + n - 1$  взвешиваний. Докажите, что необходимо сделать  $\log \binom{m+n}{m}$  взвешиваний.
4. Имеется неизвестное число от 1 до  $n$  (где  $n > 1$ ). Разрешается задавать любые вопросы с ответами ДА/НЕТ. При этом при ответе ДА мы платим 2 рубля, а при ответе НЕТ 3 рубля. Сколько необходимо и достаточно заплатить для отгадывания числа?
5. Даны 15 монет, одна фальшивая (с неизвестным относительным весом). Можно ли её найти за 3 взвешивания, если не требуется узнавать относительный вес монеты.
6. Докажите, что вероятность сжатия двоичного файла (любым данным) архиватором хотя бы на один байт не превосходит  $\frac{1}{256}$ .