

СИСТЕМЫ СВЯЗОК.

10 мая 2021 г.

1. Какие из перечисленных ниже базисов являются полными?

- (a) $\{\text{OR}_2, \text{NOT}_1\}$
- (b) $\{\text{AND}_2, \text{OR}_2\}$
- (c) $\{\text{AND}_2, \text{XOR}_2\}$
- (d) $\{\text{AND}_2, \text{XOR}_2, 1\}$
- (e) $\{\text{NAND}_2\}$
- (f) $\{\text{NAND}_2, \text{XOR}_2\}$
- (g) $\{\text{XOR}_2\}$
- (h) $\{\text{XOR}_2, 1\}$
- (i) $\{\text{XOR}_2, \text{NOT}_1\}$
- (j) $\{\text{XOR}_2, \text{AND}_2, \text{OR}_2\}$

2. Является ли полной система связок $\{\vee; \rightarrow\}$

3. Найдите значение булевой функции при всех значениях переменных:

$$x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus (x_1 \wedge x_2) \oplus (x_2 \wedge x_3) \oplus (x_3 \wedge x_1).$$

4. Для всех $n \geq 1$ найдите значение следующей булевой функции при всех значениях переменных:

$$\bigoplus_{S \neq \emptyset} \bigwedge_{i \in S} x_i = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n \oplus (x_1 \wedge x_2) \oplus (x_1 \wedge x_3) \oplus \dots$$

5. Назовем функцией голосования $\text{MAJ}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ булеву функцию, значение которой совпадает с тем значением, которое принимает большинство переменных (если нулей и единиц среди переменных поровну, то $\text{MAJ} = 0$). Запишите $\text{MAJ}(x, y, z)$ в виде многочлена Жегалкина.

6. Представьте функцию, заданную многочленом Жегалкина от переменных x_1, \dots, x_n

$$\bigoplus_{\substack{|S| \text{ — четно, } S \neq \emptyset}} \bigwedge_{j \in S} x_j = (x_1 \wedge x_2) \oplus \dots \oplus (x_{n-1} \wedge x_n) \oplus (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4) \oplus \dots$$

в виде ДНФ с как можно меньшим количеством конъюнктов.

7. Размером ДНФ будем называть число вхождений переменных в нее. Каков минимальный размер ДНФ, задающей функцию $x_1 \oplus \dots \oplus x_n$?
8. Можно ли выразить функцию $\text{MAJ}(x_1, \dots, x_n)$ с помощью ДНФ, в которой не используется отрицание?
9. Размером ДНФ будем называть число вхождений переменных в нее. Каков минимальный размер ДНФ, задающей функцию $\text{MAJ}(x_1, \dots, x_n)$ и такой, что в ней не используется отрицаний?