

Интегралы

1. Найдите определенный интеграл

a)

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{x^2} \sin x dx$$

b)

$$\int_{-1}^1 x \sqrt{1+x^2} dx$$

c)

$$\int_0^1 x \sqrt{1+x^2} dx$$

2. Найдите

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^{x^x} \frac{1}{\ln t} dt}{\int_0^x e^{t^2} dt}$$

3. Найдите предел

a)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\sqrt{k(n-k)}}{n^2}$$

b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \sin \left(\frac{\sqrt{k(n-k)}}{n^2} \right)$$

4. Покажите, что если $\forall n : f_n$ непрерывна и монотонна на $[0, n]$, и $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(n) - f_n(0) = 0$, то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n f_n(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f_n(k)$$

5. Найдите **периметр** криволинейного треугольника, ограниченного дугой окружности $x^2 + y^2 = 2$ и графиком функции $y = \sqrt{|x|}$
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми
- $$y = \sin^2 x, y = x \sin x, 0 \leq x \leq 2\pi$$
8. Найдите **площадь** ограниченную кривой, заданной параметрически
- $$x = 2t - t^2, y = 2t^2 - t^3$$
9. Вычислите объем цилиндра
10. Фигура ограничена дугой параболы $y = 4 - x^2$, отрезком $[-2, 0]Ox$ и отрезком прямой $y = 3x$. Вычислите объем тела вращения этой фигуры вокруг оси Ox