

Вероятности

1. Подсчитайте мощность пространства Ω элементарных событий для следующих случайных экспериментов:
 - (a) производится выстрел по мишени, представляющей собой 10 концентрических кругов, помеченных числами от 1 до 10;
 - (b) три раза подбрасывается игральная кость;
 - (c) наудачу извлекается одна кость из игры в домино.
2. В неидеальной игральной кости вероятность выпадения числа i на грани пропорциональна i (то есть $\Pr(1) = x$, а $\Pr(i) = i \cdot x$). Обозначим через A событие, состоящее в выпадении числа, меньшего 5, а через B — событие, состоящее в выпадении нечетного числа. Определите вероятности событий A , B , $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$.
3. В лотерее загадывают множество из пяти чисел от 1 до 36. Какова вероятность угадать его? Какова вероятность угадать хотя бы одно?
4. Предположим, что вы участвуете в игре, в которой вам предлагают выбрать одну из трех дверей; за одной из этих дверей находится какой-то приз, за двумя другими приза нет. Пусть вы выбрали одну из дверей, скажем, первую дверь. Ведущий игры, не открывая этой двери и зная, что расположено за ней, открывает еще одну дверь, за которой приза нет (пусть это будет, для определенности, вторая дверь), а затем предлагает вам изменить свое решение, выбрав третью дверь. Имеет ли вам смысл изменить свое решение?
5. Три студента решают независимо друг от друга одну и ту же задачу. Вероятности решения студентами этой задачи равны, соответственно, 0.8, 0.7 и 0.6. Найдите вероятность того, что хотя бы один из них решит задачу.
6. Найдите вероятность того, что первый студент решил задачу, если известно, что справился ровно один из них.
7. Монету подбрасывают три раза. Нам не показывают результат, но говорят, что решка выпала хотя бы один раз. Какова вероятность того, что решка выпала все три раза?
8. Предположим, что тест на наркотики дает 99% истинно положительных результатов для людей, употребляющих наркотики, и 98.5% истинно отрицательных результатов для людей, наркотики не употребляющих. Предположим, что в мире существует 0,5% наркоманов. Предположим, что произвольно выбранный тест показал положительный результат на употребление наркотиков. Какова вероятность того, что человек, сдавший тест, действительно является наркоманом?
9. Из десяти стрелков пять попадают в цель с вероятностью, равной 80%, три — с вероятностью, равной 50%, и два — с вероятностью 90%. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, поразив цель. К какой из групп вероятнее всего принадлежал этот стрелок?
10. Два равносильных шахматиста играют в матч из n результативных партий. Ничьи во внимание не принимаются. Что вероятнее: а) выиграть одну партию из двух или две партии из четырех? б) выиграть не менее двух партий из четырех или не менее трех партий из пяти? в) выиграть не менее половины из n_1 или не менее половины из n_2 ?
11. Пусть $\Omega = \{H, T\}^3$ — результаты трех последовательных бросков монетки с честными вероятностями. Опишите минимальную по включению алгебру событий $\mathcal{A} \subseteq 2^\Omega$, в которой есть события $A_3 = \text{”выпало 3 орла”}$, $A_1 = \text{”выпал только 1 орел”}$. Каков ее размер?