

# Задания

15 февраля 2019 г.

1. Пусть  $F : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{D}$  – некоторый функтор. Какие из следующих утверждений верны? Как изменится ответ, если предположить, что  $F$  – эквивалентность категорий?
  - (a) Если  $f : X \rightarrow Y$  – мономорфизм в  $\mathbf{C}$ , то  $F(f)$  – мономорфизм в  $\mathbf{D}$ .
  - (b) Если  $X$  – (ко)предел диаграммы  $D : \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{C}$ , то  $F(X)$  – (ко)предел диаграммы  $F \circ D : \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{D}$ .
2. Пусть  $\mathbf{Cat}$  – категория малых категорий. Ее объекты – это малые категории. Морфизмы в категории  $\mathbf{Cat}$  – это функторы между категориями.

Пусть  $\mathbf{Graph}$  – категория графов. Ее объекты – графы, то есть пары  $(V, E)$ , состоящие из множества вершин  $V$  и функции  $E$ , сопоставляющей каждой паре вершин  $x, y \in V$  множество  $E(x, y)$  ребер из  $x$  в  $y$ .

Морфизм графов  $(V, E)$  и  $(U, D)$  состоит из функции  $f : V \rightarrow U$  и функции  $f : E(x, y) \rightarrow D(f(x), f(y))$  для всех  $x, y \in V$ . Композиция и тождественные морфизмы определены очевидным образом.

Определите забывающий функтор из  $\mathbf{Cat}$  в  $\mathbf{Graph}$ . Докажите, что этот функтор строгий.
3. Докажите, что если  $F : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$  – некоторый эндофунктор, то начальная  $F$ -алгебра  $X$  удовлетворяет уравнению  $X \simeq F(X)$ .